

# 一种基于小波变换的图像融合算法

晁 锐, 张 科, 李言俊

(西北工业大学航天工程学院, 陕西西安 710072)

**摘 要:** 本文给出了一种基于小波变换的图像融合方法, 并针对小波分解的不同频率域, 分别讨论了选择高频系数和低频系数的原则. 选择高频系数时, 基于绝对值最大的原则, 并对选择结果进行了一致性验证. 文章设计了三种选择低频系数的方案, 即平均法、Butt 提出的平均与选择相结合的方法和基于边缘的方法. 平均法在一定程度上降低了图像的对比度; 平均与选择相结合的方法根据两幅图像的相关性采用平均法或选择法; 第三种方法是一种基于边缘的方法, 在多幅原图像中选择最有可能是边缘的点加以保留, 得到的合成图像最清晰. 文章最后将提出的算法用于多聚焦图像的融合. 从仿真结果可以看出, 文中给出的方法可以很好地保留多幅原图像中的有用信息, 得到多个目标聚焦都很清晰的融合图像. 通过比较可知, 如果尺度系数的选择采用第三种方案, 融合图像的视觉效果最好.

**关键词:** 图像融合; 小波变换; 算法

**中图分类号:** TP391      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112(2004)05-0750-04

## An Image Fusion Algorithm Using Wavelet Transform

CHAO Rui, ZHANG Ke, LI Yarr jun

(College of Astronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an, Shaanxi 710072, China)

**Abstract:** A multisensor image fusion algorithm using wavelet transform is proposed in this paper. The principles of choosing high frequency and low frequency coefficients are discussed respectively. While choosing high frequency coefficients, we select these that have maximal absolute values and verify the consistency of these coefficients. When choosing the low frequency coefficients, we design three approaches. The first method is average method, which decreases the contrast of images in some degree. The second method is combination of average and selection proposed by Butt, which uses average method and selective methods alternatively according to the match degree of two images. The third method is based on edges of images, selecting the pixels that might be on the edges possibly from original images. The algorithm is used to fuse several multi focused images. The results show that this algorithm can preserve all useful information from primitive images and all targets in the fused image are very clear. However, if we choose low frequency coefficients by the third method, the effect of fused image is the best.

**Key words:** image fusion; wavelet transform; algorithm

### 1 引言

图像融合是以图像为主要研究内容的融合技术, 是把多个不同模式的图像传感器获得的同一场景的多幅图像或同一传感器在不同时刻获得的同一场景的多幅图像合成为一幅图像的过程. 由于不同模式的图像传感器的成像机理不同, 工作电磁波的波长不同, 所以不同图像传感器获得的同一场景的多幅图像之间具有信息的冗余性和互补性, 经图像融合技术得到的合成图像则可以更全面、更精确地描述所研究的对象. 正是由于这一特点, 图像融合技术现已广泛地应用于军事、遥感、计算机视觉、医学图像处理等领域中.

在众多的图像融合技术中, 基于小波变换的图像融合方法已成为现今研究的一个热点. 这类算法主要是利用人眼对

局部对比度的变化比较敏感这一事实, 根据一定的融合规则, 在多幅原图像中选择出最显著的特征, 例如边缘、线段等, 并将这些特征保留在最终的合成图像中. 在一幅图像的小波变换中, 绝对值较大的小波系数对应于边缘这些较为显著的特征, 所以大部分基于小波变换的图像融合算法主要研究如何选择合成图像中的小波系数, 也就是三个方向上的高频系数, 从而达到保留图像边缘的目的. 虽然小波系数(高频系数)的选择对于保留图像的边缘等特征具有非常主要的作用, 但尺度系数(低频系数)决定了图像的轮廓, 正确地选择尺度系数对提高合成图像的视觉效果具有举足轻重的作用. 本文给出了一种基于小波变换的图像融合算法, 在考虑小波系数选择规则的前提下, 还重点研究了尺度系数的选择方案. 小波系数的选择基于绝对值最大的原则, 并对选择方案的一致性进行

了验证. 所谓的一致性指的是对于空间某像素点, 其小波系数的选择方案应和其邻近点一致. 本文设计了三种选择尺度系数的方案, 并从理论上和仿真结果上对这三种方案进行了比较, 选择出一种最好的方案. 本文给出的算法可用于两幅图像或多幅图像的融合, 从仿真结果可看出, 这个算法较好地保持了图像的边缘, 具有较好的视觉效果.

文章的结构安排如下: 第二部分描述了具体的算法; 第三部分给出了仿真结果, 将本文的算法分别用于融合两幅和三幅多聚焦数字相机图像; 第四部分对全文进行了总结.

## 2 一种基于小波变换的图像融合算法

本文给出的图像融合算法分为以下几个步骤: 首先用小波变换将各幅原图像分解, 得到原图像的多分辨率分解; 基于一定的选择规则, 得到各幅图像在各个频率段的决策表; 对决策表进行一致性验证, 得到最终的决策表; 根据决策表, 经过一定的融合过程, 得到融合后的多分辨率表达式; 经过小波逆变换, 得到最后的融合图像. 整个融合过程如图 1 所示. 在上述各步骤中, 最重要的就是确定各个频率段的选择规则, 得到各频率段的决策表. 下面就分别对上述几个步骤进行介绍.

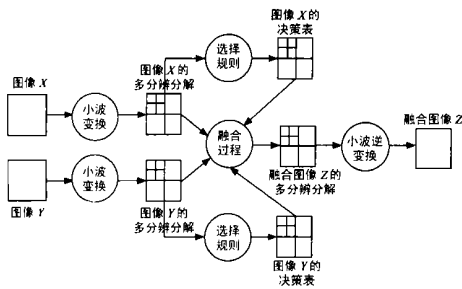


图 1 本文融合算法的流程图

### 2.1 图像的小波分解和重构

基于小波变换的图像融合算法的第一步就是对图像进行小波分解. 在二分的情况下, Mallat 从函数的多分辨率空间概念出发, 提出了小波变换的快速算法<sup>[5, 6]</sup>. 在二维的情况下, 设  $V_j^2(j \in Z)$  是空间  $L^2(R^2)$  的一个可分离多分辨率分析, 对每一  $(j \in Z)$  来说, 尺度函数系  $\{\varphi_{m_1, m_2} | (m_1, m_2) \in Z^2\}$  构成  $V_j^2$  的规范正交基; 小波函数系  $\{\psi_{m_1, m_2}^\varepsilon | (m_1, m_2) \in Z^2; \varepsilon = 1, 2, 3\}$  构成  $L^2(R^2)$  的规范正交基. 则对于二维图像  $f(x, y) \in V_j^2$  来说, 可用它在  $V_j^2$  空间的投影  $A_j f(x, y)$  表示:

$$f(x, y) = A_j f(x, y) = A_{j+1} f + D_{j+1}^1 f + D_{j+1}^2 f + D_{j+1}^3 f \quad (1)$$

$$\text{其中: } \begin{cases} A_{j+1} f = \sum_{m_1, m_2 \in Z} C_{j+1, m_1, m_2} \varphi_{j+1, m_1, m_2} \\ D_{j+1}^\varepsilon f = \sum_{m_1, m_2 \in Z} D_{j+1, m_1, m_2}^\varepsilon \psi_{j+1, m_1, m_2}^\varepsilon \end{cases}, \quad (\varepsilon = 1, 2, 3)$$

若  $H_r, G_r$  和  $H_c, G_c$  分别表示镜像共轭滤波器  $H$  和  $G$  作用在行和列上, 这样小波分解公式可简洁地表示如下:

$$\begin{cases} C_{j+1} = H_r H_c C_j \\ D_{j+1}^1 = H_r G_c C_j \\ D_{j+1}^2 = G_r H_c C_j \\ D_{j+1}^3 = G_r G_c C_j \end{cases} \quad (2)$$

上述是二维 Mallat 分解算法. 对于二维图像来说, 算子  $H_r G_c$  相当于二维低通滤波器, 它对列作平滑, 检测行的差异. 因此  $D_{j+1}^1$  显示  $C_j$  的竖直方向的高频分量, 即图像的水平边缘.  $D_{j+1}^2$  显示  $C_j$  的水平方向的高频分量, 即图像的竖直边缘.  $D_{j+1}^3$  检测的是对角边缘. 由此, 对一幅图像进行小波变换, 就是将其分解在不同频率下的不同特征域上. 所以, 对于图像  $X$ , 其第  $j+1$  层的小波系数和尺度系数分别表示为  $D_{j+1}^1(X), D_{j+1}^2(X), D_{j+1}^3(X)$  和  $C_j(X)$ ; 而  $C_0(X)$  则为原图像  $X$ .

小波变换的重构算法为:

$$C_j = H_r^* H_c^* C_{j+1} + H_r^* G_c^* D_{j+1}^1 + G_r^* H_c^* D_{j+1}^2 + G_r^* G_c^* D_{j+1}^3 \quad (3)$$

### 2.2 各个频率域的融合规则

对于两幅原图像  $X, Y$ , 经过  $N$  层的小波分解, 可分别得到相应的小波系数和尺度系数  $D_1^1(X), D_1^2(X), D_1^3(X), \dots, D_j^1(X), D_j^2(X), D_j^3(X), \dots, D_N^1(X), D_N^2(X), D_N^3(X)$  和  $C_N(X); D_1^1(Y), D_1^2(Y), D_1^3(Y), \dots, D_j^1(Y), D_j^2(Y), D_j^3(Y), \dots, D_N^1(Y), D_N^2(Y), D_N^3(Y)$  和  $C_N(Y)$ , 其中  $1 \leq j \leq N$ . 接下来就要在两幅原图像的多分辨率分解中选择每层的小波系数和尺度系数, 得到融合图像  $Z$  的多分辨率分解.

小波变换应用于图像融合的优势在于它可以将图像分解到不同的频率域, 在不同的频率域运用不同的选择规则, 得到合成图像的多分辨率分解, 从而在合成图像中保留原图像在不同频率域的显著特征. 下面就分别针对图像的高频域和低频域分别给出各自的融合规则.

**2.2.1 高频域的融合规则** 在一幅图像的小波分解中, 绝对值较大的小波系数对应于图像中对比度变化较大的边缘等特征, 而人眼对于这些特征比较敏感. 所以, 对于高频域我们基于极大的选择规则. 对于图像  $X$ , 可为其高频域的小波系数定义一个衡量其显著性的变量  $S$ :

$$S_j^\varepsilon(X, p) = \max_{q \in Q} |D_j^\varepsilon(X, q)| \quad (4)$$

其中  $j$  代表小波系数的层数;  $\varepsilon = 1, 2, 3$ , 表示频率段的序号;  $p = (m, n)$  表示小波系数的空间位置,  $Q$  表示以  $p$  为中心的一个  $3 \times 3$  的方形窗口,  $q$  为窗口内的任意一点. 对于图像  $Y$  中对应的小波系数同样可定义  $S_j^\varepsilon(Y, p)$ . 为了在最后的融合图像中保留两幅原图像中最显著的特征, 我们在两幅原图像的小波系数中选择  $S$  值较大的小波系数作为合成图像中对应位置的小波系数. 如果用  $M_j^{*\varepsilon}(X, p), M_j^{*\varepsilon}(Y, p)$  分别表示两幅图像相应位置上的决策表的值. 上述思想用数学公式就可表示为:

$$M_j^{*\varepsilon}(X, p) = \begin{cases} 1, & S_j^\varepsilon(X, p) \geq S_j^\varepsilon(Y, p) \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (5)$$

$$M_j^{*\varepsilon}(Y, p) = \begin{cases} 1, & S_j^\varepsilon(X, p) < S_j^\varepsilon(Y, p) \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (6)$$

一种好的图像融合方法在选择小波系数时应对一个区域内的点采取相同的选择方案, 所以应对得到的决策表进行一致性验证. 在这里, 我们采用多数表决原则. 令修正后决策表的值为  $M_j^\varepsilon(X, p)$ , 则:

$$M_j^e(X, p) = \begin{cases} 1, & \sum_{q \in Q} M_j^e(X, q) \geq 5 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (7)$$

$$M_j^e(Y, p) = 1 - M_j^e(X, p) \quad (8)$$

得到决策表中各点的值后,就可计算合成图像  $Z$  的小波系数:

$$D_j^e(Z, p) = M_j^e(X, p) \cdot D_j^e(X, p) + M_j^e(Y, p) \cdot D_j^e(Y, p) \quad (9)$$

**2.2.2 低频域的融合规则** 对于低频段尺度系数的选择,本文设计了三种方案.第一种就是采用平均的方法,用数学公式表示就是:

$$C_N(Z, p) = 0.5 \times C_N(X, p) + 0.5 \times C_N(Y, p) \quad (10)$$

对低频系数直接采用平均法,没有考虑图像的边缘等特征,这样就会在一定程度上降低图像的对比度.

第二种方案就是 Burt 提出的平均与选择相结合的方法<sup>[7]</sup>.首先用一个小区域  $Q$  内的能量来表示显著性.如果用  $A(X, p)$  表示图像  $X$  在  $p$  点处尺度系数的显著性,则:

$$A(X, p) = \sum_{q \in Q} \omega(q) C_N^2(X, q) \quad (11)$$

其中  $\omega(q)$  表示权值,离  $p$  点越近,权值越大.同样可定义  $A(Y, p)$ .接着定义匹配矩阵  $R$ :

$$R((p)) = \frac{2 \sum_{q \in Q} \omega(q) C_N(X, q) C_N(Y, q)}{A(X, p) + B(X, p)} \quad (12)$$

匹配矩阵各点的值在 0 和 1 之间变化,接近零就说明两幅图的相关程度低,接近 1 就说明相关程度高.当匹配矩阵在某一点的值较小时(小于某一阈值  $\alpha$ ),就选择显著性高的尺度系数作为合成图像的尺度系数;当匹配矩阵的值较大时,就选择两幅图像尺度系数的加权平均值作为合成图像在这一点上的尺度系数.这时融合函数可描述为:

$$C_N(Z, p) = W(X, p) \cdot C_N(X, p) + W(Y, p) \cdot C_N(Y, p) \quad (13)$$

其中  $W(X, p)$  和  $W(Y, p)$  按下式计算:

$$\text{if } R(p) \leq \alpha$$

$$w_{\min} = 0, w_{\max} = 1;$$

otherwise

$$w_{\min} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \left[ \frac{1 - R(p)}{1 - \alpha} \right] \quad \text{and} \quad w_{\max} = 1 - w_{\min}$$

$$\text{if } A(X, p) \geq A(Y, p)$$

$$W(X, p) = w_{\max}, W(Y, p) = w_{\min}$$

else

$$W(X, p) = w_{\min}, W(Y, p) = w_{\max}$$

第二种方案考虑了两幅图像的相关性,并根据相关性的不同,分别采用选择和平均的方法.当两幅图像的相关性较强时,就采用平均的方法;当两幅图像的相关性较弱时,就选择局部能量较大的点.这种选择原则在一定程度上符合人眼对较显著的点比较敏感这一事实.所以可以推断,采用这种方案获得的融合图像会比直接用平均法得到的融合图像效果好.但是,第二种方案还是没有考虑到图像的边缘这些显著特征,这样有时就会影响融合图像的效果.因此我们就提出了第三种方案.

第三种方案就是基于边缘的选择方案.对于图像  $X$  的尺度系数定义一个变量  $E$

$$E(X, p) = (F_1 * C_N)^2(X, p) + (F_2 * C_N)^2(X, p) + (F_3 * C_N)^2(X, p) \quad (14)$$

其中  $*$  表示卷积,  $F_1 = \{-1, -1, -1\}, \{2, 2, 2\}, \{-1, -1, -1\}$ ,  $F_2 = \{-1, 2, -1\}, \{-1, 2, -1\}, \{-1, 2, -1\}$ ,  $F_3 = \{-1, 0, -1\}, \{0, 4, 0\}, \{-1, 0, -1\}$ .同样,对于图像  $Y$ ,可定义变量  $E(Y, p)$ .变量  $E$  在一定程度上反映了图像在水平、垂直和对角线方向的边缘信息.因此为了较好地保留原图像中的细节,可对两幅图像的尺度系数计算出变量  $E$ ,并选择  $E$  较大的尺度系数作为合成图像的尺度系数,这样就能在融合图像中最大程度的保留原图像的边缘信息.融合函数表达如下:

$$C_N(Z, p) = W(X, p) \cdot C_N(X, p) + W(Y, p) \cdot C_N(Y, p) \quad (15)$$

$$\text{其中, } W(X, p) = \begin{cases} 1, & E(X, p) \geq E(Y, p) \\ 0, & \text{其他} \end{cases}, W(Y, p) = \begin{cases} 1, & E(X, p) < E(Y, p) \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

第三种方案在多幅原图像中选择最有可能是边缘的点加以保留,所以可以预测这种方法得到的合成图像比较清晰,细节较为丰富.这在后面的仿真结果中也可以得到验证.

按照上面的融合规则可以得到融合图像  $Z$  的多分辨率分解,经过小波逆变换就可获得融合图像  $Z$ .

### 3 仿真结果

下面将本文的算法用于多聚焦图像的融合.多聚焦图像指的是对相同的场景用不同的焦距进行拍摄,得到镜头聚焦目标不同的多个图像.经过图像融合技术后,就可以得到一个所有目标都聚焦清晰的图像.图 2 中左边的目标较为清晰,图 3 中中间靠上的目标较为清晰,图 4 中右边的目标较为清晰<sup>[8]</sup>.

首先给出两幅图像的融合结果,实验采用的图像是图 2 和图 4.在融合过程中,对于高频系数的选择就采用本文给出的极大值的方法,在多数表决的原则下对系数选择的一致性进行了验证.而低频系数的选择则分别采用了平均的方法(文中的方案一)、Burt 提出的平均与选择相结合的方法(文中的方案二)和基于边缘的方法(文中的方案三),结果如图 5、图 6 和图 7.从试验结果可以看出,三种方案都可以得到较满意的视觉效果,消除了原图像的聚焦差异,提高了图像的清晰度,在合成图像中左、右两边的目标都很清晰.但通过比较,可以



图 2 聚焦在左边的图像 图 3 聚焦在中间的图像 图 4 聚焦在右边的图像

看出图 7 的融合效果最好, 图像最清晰, 重影现象消除得最干净. 为了进一步说明, 将图 5、图 6 和图 7 中右下方的小球放大排列于图 8 中. 从图中可看出, 图 8(c) 中小球的边缘最清晰, 重影消除地最干净, 细节得到了最好地保留.

本文的算法还可以推广到三幅图像的融合, 图 9 和图 10 就是将图 2、图 3 和图 4 融合在一起的结果. 图 9 是平均法得到的结果, 图 10 是基于边缘的方法. 同样可得出结论, 图 10 中的结果更清晰, 重影现象消除得更干净, 边缘得到了最好地保留.

#### 4 结束语

本文给出了一种基于小波变换的图像融合方法, 针对原图像小波分解的不同频率域, 分别讨论了高频系数和低频系数的选择原则. 高频系数反映了图像的细节, 其选择规则决定了融合图像对原图

像细节的保留程度. 本文在选择高频系数时, 基于绝对值最大的原则, 并对选择结果进行了一致性验证. 低频系数反映了图像的轮廓, 低频系数的选择决定了融合图像的视觉效果, 对融合图像质量的好坏起到非常重要的作用. 本文给出了三种选择低频系数的方案, 即平均法、Burt 提出的平均与选择相结合的方法和基于边缘的方法. 平均法在一定程度上降低了对比度; 平均与选择相结合的方法在平均法的基础上有一定的改善, 但并没有非常明显的提高; 第三种方法则在多幅原图像中选择最有可能是边缘的点加以保留, 所以得到的合成图像最清晰, 细节最丰富.

最后本文将这一算法用于多聚焦图像的融合. 从仿真结果可以看出, 第三种方案的融合效果最好.

#### 参考文献:

- [ 1 ] Zhong Zhang, Blum R S A. Categorization of multiscale decomposition based image fusion schemes with a performance study for a digital camera application[J]. Proceedings of the IEEE, 1999, 87(8): 1315-1326.
- [ 2 ] Nikolov S G, Bull D R, Canagarajah C N, Halliwell M, Wells P N T. 2-D image fusion by multiscale edge graph combination[A]. Proceedings of the Third International Conference on Information Fusion[C]. Paris, France: PTCIF, 2000. 1. MoD3 16 MoD3 22.
- [ 3 ] Nikolov S G, Bull D R, Canagarajah C N, Halliwell M, Wells P N T. Image fusion using a 3D wavelet transform[A]. Seventh International Conference on Image Processing And Its Applications[C]. Manchester, UK: SICIPA, 1999. 1. 235-239.
- [ 4 ] Xue Z, Blum R S, Li Y. Fusion of visual and IR images for concealed weapon detection[A]. Proceedings of the Fifth International Conference



图 5 图 2、图 4 的融合图像(平均法)



图 6 图 2、图 4 的融合图像(Burt)



图 7 图 2、图 4 的融合图像(基于边缘)

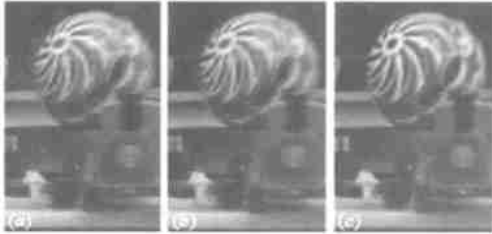


图 8 (a)取自图5; (b)取自图6; (c)取自图7图像



图 9 图 2、图 3 和图 4 的融合图像(平均法)



图 10 图 2、图 3 和图 4 的融合图像(基于边缘)

on Information Fusion[C]. Annapolis, USA: 2002, PTCIF, 2. 1198-1205.

- [ 5 ] 杨福生. 小波变换的工程分析与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2000.
- [ 6 ] 崔岩梅, 倪国强, 等. 一种基于小波变换的多尺度多算子图像融合方法[J]. 光学技术, 1999, 4: 37-39.
- [ 7 ] P J Burt, R J Kolczynski. Enhanced image capture through fusion[A]. Proceedings 4<sup>th</sup> International Conference on Computer Vision[C]. Berlin, Germany: PICCV, 1993. 173-182.
- [ 8 ] <http://fizbin.eecs.lehigh.edu/SPCRL/IF>.

#### 作者简介:



晁 锐 男, 1972 年出生于陕西西安, 于 2002 年获西北工业大学硕士学位, 现为西北工业大学航天工程学院博士研究生, 主要研究方向为: 数字图像处理在导航、制导中的应用.



张 科 男, 1968 年出生于江西, 分别于 1993 年和 1997 年获西北工业大学硕士和博士学位, 现为西北工业大学航天工程学院副教授, 主要研究方向包括图像处理、模式识别、故障检测等.